

Chapitre 15- Aspects énergétiques des phénomènes mécaniques

COMME déjà vu dans les chapitres 0, 8, 9, 10, la mécanique est le domaine de la physique qui étudie le mouvement d'un système dans un référentiel donné. Ces chapitres précédents proposent une approche de la mécanique basée sur l'étude des forces et interactions subies par le système pour le mettre en mouvement.

Dans les deux chapitres qui suivent, il est question d'étudier la mécanique selon une approche énergétique. On s'attachera ici à définir l'énergie cinétique et le travail des forces, ainsi que le théorème de l'énergie cinétique.

12.1 Travail d'une force constante

12.1.1 Définition et propriétés

Définition

Le travail d'une force correspond à l'énergie fournie ou retirée au système par cette force au cours de son mouvement. Cette grandeur s'exprime en Joule. Elle peut être négative, positive ou nulle selon comment la force contribue, d'un point de vue énergétique, au mouvement du système.

On se limitera dans ce chapitre à donner l'expression du travail pour une **force constante** (c'est-à-dire un **vecteur constant : même direction, même sens et même norme tout au long du mouvement**). La formule générale n'est pas abordée au lycée. En revanche, pour une force constante, il est important de noter que le résultat du travail entre un point A et un point B ne dépend pas du chemin suivi entre les deux points.

Travail d'une force constante

Lorsqu'un système se déplace d'un point A à un point B , le travail $W_{AB}(\vec{F})$ d'une force constante \vec{F} sur ce trajet est donné par la relation suivante :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos(\theta)$$

W le travail (en J)

F la norme de la force constante (en N)

AB la longueur du segment $[AB]$ (en m)

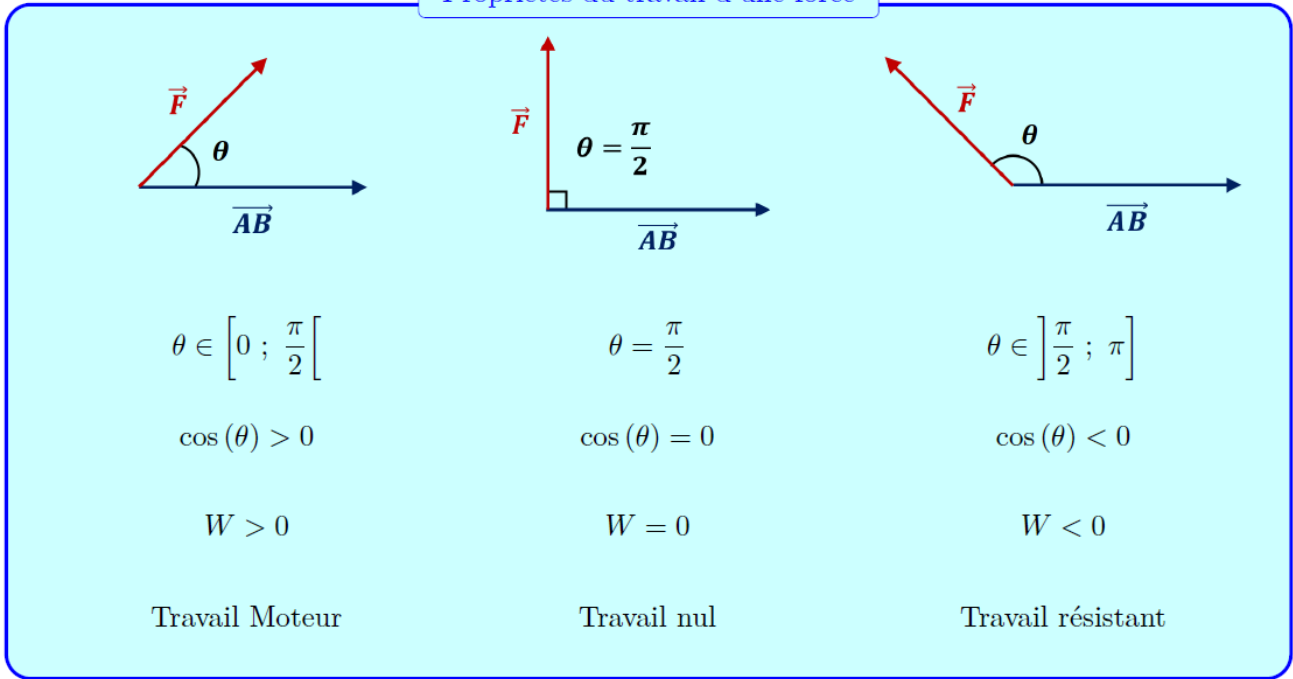
$\theta = (\vec{F}, \vec{AB})$ (en ° ou rad)

Travail moteur, nul ou résistant

D'un point de vue purement mathématique, puisque le travail d'une force constante est un produit scalaire, son signe va dépendre de l'angle θ entre le vecteur force \vec{F} et le vecteur chemin \vec{AB} .

D'un point de vue physique, si le travail est négatif, cela signifie que la force contribue à freiner le mouvement du système. On parle alors de **travail résistant**. Si le travail est positif, la force contribue plutôt à accélérer le mouvement du système et on parle de **travail moteur**. Enfin si le travail est nul, la force a une contribution nulle au mouvement d'un point de vue énergétique, on dit qu'elle ne travaille pas.

Propriétés du travail d'une force



12.1.2 Exemples de certaines forces

On s'intéresse au mouvement d'un objet sur pan incliné $ABCD$, subissant son poids \vec{P} , la réaction du support \vec{R} et des frottements \vec{f} . L'étude se fait dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

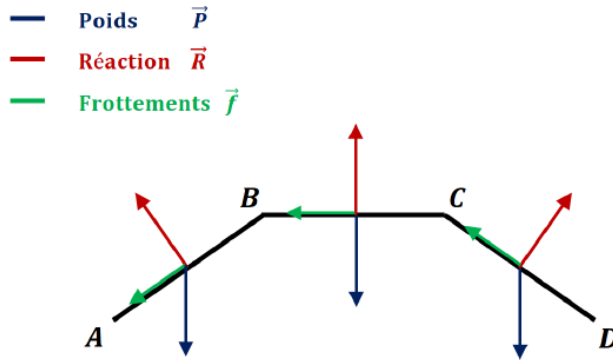


Figure 12.1 – Schéma représentant le poids, les frottements et la réaction du support en trois points d'un pan incliné, délimité par les sections AB, BC et CD

Travail du poids

Trajet AB	Trajet BC	Trajet CD
$\theta \in \left] \frac{\pi}{2} ; \pi \right]$	$\theta = \frac{\pi}{2}$	$\theta \in \left[0 ; \frac{\pi}{2} \right[$
$W < 0$	$W = 0$	$W > 0$
Travail résistant	Travail nul	Travail moteur

Forces ne travaillant pas

En ce qui concerne la réaction du support \vec{R} , cette force est **toujours orthogonale au chemin suivi**.

Ainsi on aura toujours $(\vec{R} ; \vec{AB}) = \frac{\pi}{2}$ donc $\vec{R} \cdot \vec{AB} = 0$.

Donc $W_{AB}(\vec{R}) = 0$. La réaction du support est une force qui ne travaille pas, quel que soit le mouvement étudié.

Remarque : C'est la même situation pour la tension d'un fil au bout duquel on suspend une masse pour faire un pendule.

Travail des forces de frottements

Par définition, les forces de frottements s'opposent au mouvement du système. On constate ainsi que quel que soit le chemin AB suivi, on a **toujours \vec{f} et \vec{AB} colinéaires de sens contraire**.

Donc $\vec{f} \cdot \vec{AB} < 0$, donc $W_{AB}(\vec{f}) < 0$. Les forces de frottements ont toujours un travail résistant.

12.2 Théorème de l'énergie cinétique

12.2.1 Énergie cinétique

Lorsqu'un système est en mouvement dans un référentiel donné, il possède une énergie dite cinétique qui dépend de sa masse m et de sa vitesse v . Cette grandeur ne peut être que positive ou nulle.

Énergie cinétique

L'énergie cinétique d'un système assimilé à un point matériel M est définie par la relation suivante :

$$E_c(M) = \frac{1}{2}mv^2$$

E_c l'énergie cinétique (en J)

m la masse du système (en kg)

v la norme du vecteur vitesse du système (en m.s^{-1}).

12.2.2 Théorème de l'énergie cinétique

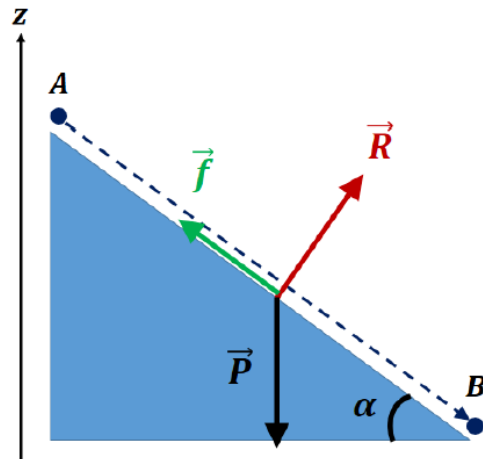
En mécanique, ce sont les forces exercées sur le système qui sont responsables de son mouvements. Or la mise en mouvement engendre potentiellement des variations de vitesses, et donc d'énergie cinétique. Ainsi la variation d'énergie cinétique d'un système est liée aux travaux des forces (qui expriment justement l'action des forces d'un point de vue énergétique).

Théorème de l'énergie cinétique

La variation d'énergie cinétique d'un système sur un trajet AB dans un référentiel donné, est égale à la somme des travaux des forces extérieures qui s'appliquent sur le système au cours de son mouvement :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \sum W_{AB}(\vec{F})$$

12.3 Exercice type



On considère un objet de masse $m = 50 \text{ kg}$ glissant avec frottements sur un pan incliné d'angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale. Il part sans vitesse initiale du point A situé à une hauteur $h = z_A - z_B = 10 \text{ m}$. On prendra $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$

On se propose ici de résoudre deux variantes de cet exercice à l'aide du théorème de l'énergie cinétique.

12.3.1 Calcul des frottements f connaissant la vitesse v_B au point B

On suppose dans cette question que la valeur de la vitesse au point B est $v_B = 10 \text{ m.s}^{-1}$. Calculer l'intensité f de la force de frottement \vec{f} sur le trajet AB .

On étudie le système de masse m dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

La variation d'énergie cinétique du système entre le point A et le point B vaut :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

Or $v_A = 0 \text{ m.s}^{-1}$. Ainsi $\Delta E_c = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^2 = 2500 \text{ J}$.

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = \sum W_{AB}(\vec{F})$$

On calcule alors le travail du poids :

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{P}) &= \vec{P} \cdot \vec{AB} = mg \times AB \times \cos(\vec{P}; \vec{AB}) \\ &= mg \times AB \times \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \\ &= mg \times AB \times \sin(\alpha) \\ &= mg \times AB \times \frac{h}{AB} \\ &= mgh \\ &= 50 \times 10 \times 10 \\ &= 5000 \text{ J} \end{aligned}$$

Le travail de la réaction du support \vec{R} est nul sur le trajet AB car cette force est orthogonale à \vec{AB} .

Le travail de la force de frottement vaut :

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{f}) &= f \times AB \times \cos(\vec{f}; \overrightarrow{AB}) \\ &= f \times AB \times \cos(\pi) \\ &= -f \times AB \end{aligned}$$

Ainsi on obtient que :

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}) + W_{AB}(\vec{f}) \\ \Delta E_c &= mgh + 0 - f \times AB \end{aligned}$$

D'où la force de frottement $f = \frac{mgh - \Delta E_c}{AB}$ avec $AB = \frac{h}{\sin(\alpha)} = \frac{10}{\sin(30)} = 20$ m soit donc :

$$f = \frac{5000 - 2500}{20} = 125 \text{ J}$$

12.3.2 Calcul de la vitesse v_B au point B connaissant la force de frottement f

On suppose ici que la norme du vecteur force de frottement vaut $f = 125$ J. En reprenant le même raisonnement que dans la question précédente, on obtient grâce au théorème de l'énergie cinétique que :

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}) + W_{AB}(\vec{f}) \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - 0 &= mgh + 0 - f \times AB \\ \Leftrightarrow v_B^2 &= 2gh - \frac{2f \times AB}{m} \\ \Leftrightarrow v_B &= \sqrt{2gh - \frac{2f \times AB}{m}} \\ \Leftrightarrow v_B &= \sqrt{2 \times 10 \times 10 - \frac{2 \times 125 \times 20}{50}} \\ \Leftrightarrow v_B &= 10 \text{ m.s}^{-1} \end{aligned}$$

13.1 Forces conservatives ou non conservatives - Énergie potentielle

13.1.1 Forces conservatives ou non conservatives

Une force **conservative** est une force dont le travail sur un trajet AB ne dépend pas du chemin suivi pour aller du point A au point B .

Une force **non conservative** est une force dont le travail sur un trajet AB dépend du chemin suivi pour aller du point A au point B .

Exemples : L'interaction gravitationnelle et l'interaction électrostatique sont des forces conservatives. Les frottements sont des forces non conservatives.

13.1.2 Energie potentielle

Énergie potentielle

Soit \vec{F} une force conservative s'appliquant sur un système entre un point A et un point B d'un trajet AB . On définit alors une **énergie potentielle** E_p dont la variation ΔE_p sur le chemin AB est l'opposé du travail de la force :

$$W_{AB}(\vec{F}) = -\Delta E_p = -(E_p(B) - E_p(A))$$

W le travail (en J)

E_p l'énergie potentielle (en J)

On peut définir ainsi une énergie potentielle pour toute force conservative. Les exemples les plus courants abordés au lycée sont l'énergie potentielle de pesanteur (associée au poids $\vec{P} = m\vec{g}$), l'énergie potentielle électrique (associée à la force électrique $\vec{F}_e = q\vec{E}$) et l'énergie potentielle élastique (associée à la force élastique $\vec{F} = k\vec{x}$).

Au programme de première, on se limitera à l'étude de l'**énergie potentielle de pesanteur**.

13.1.3 Énergie potentielle de pesanteur

Le poids \vec{P} étant une force conservative, on peut lui associer une énergie potentielle dite de pesanteur notée E_{pp} .

Énergie potentielle de pesanteur

La variation d'énergie potentielle de pesanteur entre un point A et un point B est donnée par la relation suivante :

$$\Delta E_{pp} = E_{pp}(B) - E_{pp}(A) = mgz_B - mgz_A = mg(z_B - z_A)$$

$$\Delta E_{pp} = mg(z_B - z_A)$$

E_{pp} l'énergie potentielle de pesanteur(en J)

m la masse du système (en kg)

g l'intensité du champ de pesanteur (en $m.s^{-2}$)

z l'altitude (en m)

Remarque :

Lorsque le système monte, il gagne en altitude donc il gagne en énergie potentielle de pesanteur : $\Delta E_{pp} > 0$.

Si le système descend c'est l'inverse, il perd de l'énergie potentielle de pesanteur : $\Delta E_{pp} < 0$.

Remarque 2 :

Le niveau de référence des énergies potentielles de pesanteur peut être choisi de manière arbitraire. L'important est la variation d'énergie lorsqu'il y a une variation d'altitude.

13.2 Théorème de l'énergie mécanique

13.2.1 Énergie mécanique

Énergie mécanique

L'énergie mécanique E_m d'un système est la somme de son énergie cinétique E_c et de son énergie potentielle E_p :

$$E_m = E_c + E_p$$

Remarque : Si la seule force conservative exercée sur le système est le poids, on obtient : $E_m = E_c + E_{pp}$.

13.2.2 Théorème de l'énergie mécanique

Théorème de l'énergie mécanique

La variation de l'énergie mécanique d'un système est égale à la somme des travaux des forces non conservatives qui s'appliquent sur le système :

$$\Delta E_m = \sum W_{AB} (\vec{F}_{NC})$$

Démonstration :

D'après le théorème de l'énergie cinétique vu au chapitre précédent, la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux de toutes les forces extérieures appliquées au système, conservatives et non conservatives :

$$\Delta E_c = \sum W_{AB} (\vec{F}) = W_{AB} (\vec{F}_C) + W_{AB} (\vec{F}_{NC})$$

Or on a $E_m = E_c + E_p$ donc $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p$.

De plus, la variation d'énergie potentielle est égale à l'opposé du travail des forces conservatives :

$\Delta E_p = -W_{AB} (\vec{F}_C)$ donc on obtient la relation suivante :

$$\Delta E_m = W_{AB} (\vec{F}_C) + W_{AB} (\vec{F}_{NC}) - W_{AB} (\vec{F}_C)$$

$$\Delta E_m = W_{AB} (\vec{F}_{NC})$$

13.2.3 Conservation de l'énergie mécanique

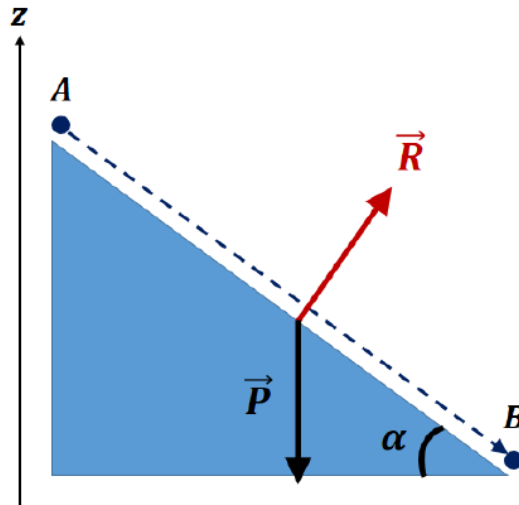
Conservation de l'énergie mécanique

Lorsque le système n'est soumis qu'à des forces conservatives, alors l'énergie mécanique se conserve. L'énergie mécanique est constante et ses variations sont nulles :

$$\Delta E_m = 0 \iff E_m(A) = E_m(B)$$

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

13.3 Exercice type



On considère un objet de masse $m = 50$ kg glissant sans frottements sur un pan incliné d'angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale. Il part sans vitesse initiale du point A situé à une hauteur $h = z_A - z_B = 10$ m. On prendra $g = 10$ N.kg $^{-1}$

On se propose de déterminer la vitesse \vec{v}_B du système au point B .

Dans cette situation, le système est soumis à son poids et à la réaction du support. Le poids est une force conservative et la réaction est une force dont le travail est toujours nul puisqu'elle est perpendiculaire au chemin suivi. Les frottements étant négligés, le système est donc conservatif et son énergie mécanique reste constante au cours du mouvement :

$$E_m(A) = E_m(B) \iff E_c(A) + E_{pp}(A) = E_c(B) + E_{pp}(B)$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B$$

Or $v_A = 0$ m.s $^{-1}$ donc :

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgz_A - mgz_B = mgh$$

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 10} \simeq 14 \text{ m.s}^{-1}$$